

DOI: 10.16285/j.rsm.2015.S1.018

复合衬层中变系数有机污染物迁移规律分析

徐江伟¹, 余 闯², 蔡晓庆², 杨 萌¹

(1. 温州大学 数学与信息科学学院, 浙江 温州 325035; 2. 温州大学 防灾减灾工程研究所, 浙江 温州 325035)

摘 要: 土工膜和下伏压实黏土组成的复合衬层已被广泛用作填埋场的防渗屏障系统。有机污染物在复合衬层中迁移时, 其主要运移机制是扩散作用。假设有机污染物在土工膜中稳态扩散, 并假设在下伏衬层中扩散系数为迁移距离的线性函数, 且考虑降解作用的影响, 建立了有机污染物在复合衬层中的一维扩散模型, 针对零浓度下边界条件, 获得了模型解析解。基于该解析解, 分析讨论了相关参数的敏感性。结果表明, 相关参数对计算结果影响很大, 降解半衰期对污染物运移同样存在较大影响。该解析模型仅适用于有机污染物在两层复合衬垫中的迁移问题, 可为填埋场的初步设计提供参考。

关 键 词: 复合衬层; 有机污染物; 变系数; 降解; 解析解

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598-(2015) 增 1-0109-06

Analysis of organic contaminant transport through composite liners with variable coefficient

XU Jiang-wei¹, YU Chuang², CAI Xiao-qing², YANG Meng¹

(1. College of Mathematics & Information Science, Wenzhou University, Wenzhou, Zhejiang 325035, China;

2. Institute of Engineering Disaster Prevention and Mitigation, Wenzhou University, Wenzhou, Zhejiang 325035, China)

Abstract: The composite liners (a geomembrane in intimate contact with a mineral liner) have been widely used as the barrier system for landfills. Diffusion is the predominant mechanism controlling organic contaminant transport within the composite liner. Steady-state diffusion of the organic compounds through the geomembrane was assumed in the models. The diffusion coefficient of the organic compounds through the soil liner was assumed a linear function of distance; and the effect of contaminant degradation was considered. An analytical solution for zero concentration on the bottom boundary was presented. Based on the proposed model, the sensitivity of the relevant parameters was discussed and analyzed. The results show that the relevant parameters have a great impact on the calculation results; and the contaminant half-life also has a great influence on pollutant migration. The proposed analytical solutions can only be used to calculate the organic contaminant through two-layered composite liners, and can be used for preliminary design of landfill composite liners.

Keywords: composite liner; organic contaminant; variable coefficient; degradation; analytical solution

1 引 言

城市固体废弃物填埋场由于降雨入渗、有机物降解等原因, 往往会产生多种高污染性的有机化合物, 这些污染物的迁移已对周边环境及地下水造成了污染。因此, 为防止污染物渗漏造成污染, 往往需要在填埋场建设开始时建造衬里系统^[1-2]。目前土工膜和压实黏土或土工膜和土工复合膨润土组成的复合衬层已被广泛用作填埋场的防污屏障^[3-4],

不同国家采用的衬里系统标准各不相同, 需要对不同的衬里系统进行分析评价。

污染物在迁移过程中主要有对流、扩散、吸附及生物降解等作用。土工膜能减少污染物通过衬层系统发生对流作用的横截面面积, 其下方的黏土衬层又能抑制通过膜缺陷引起的污染物渗漏^[5], 复合衬层能够有效防止污染物的对流迁移。现场试验结果也表明, 污染物通过复合衬层的渗漏率很小^[6]。但是, 有机污染物却能够在完整的复合衬层中发生

收稿日期: 2015-03-10

基金项目: 浙江省自然科学基金 (No.LY13E080013); 国家自然科学基金 (No.41372264); 浙江省公益性技术应用研究计划项目 (No.2014C33015, No.2015C33220)。

第一作者简介: 徐江伟, 男, 1987 年生, 硕士研究生, 主要从事污染物迁移方面的研究。E-mail: 352265868@qq.com

通讯作者: 余闯, 男, 1977 年生, 博士, 教授, 主要从事环境岩土、地基处理等方面的教学和科研工作。E-mail: geoyuchuang@163.com

扩散迁移。对于复合衬层中的污染物迁移问题, Park 等^[7]指出, 由于扩散作用引起的有机物渗漏量比因为膜缺陷引起的渗漏量大 4~6 个数量级。因此, 在分析有机污染物在复合衬层中的迁移时往往忽略因膜缺陷引起的渗漏, 而认为有机污染物在复合衬层中主要以扩散方式迁移。

对于有机污染物在复合衬层中迁移问题的研究, 以往大多采用数值方法^[8-10], 而解析解能更深入地揭示问题的物理本质, 并能为数值模型提供一种有效的检验手段。另外, 在工程实际中可获取的数据都是有限的, 不宜采用复杂的数值模型, 简单的解析解则更适合。

Foose 等^[11]给出了稳态时有机污染物在复合衬层中一维扩散解析解。Foosse^[12]则给出了考虑半无限下边界时有机污染物在复合衬层中的一维扩散解。陈云敏等^[1]建立了有限厚度边界时挥发性有机化合物在复合衬层中的一维扩散模型, 并获得了解析解。谢海建等^[5]在考虑填埋场有机物浓度随时间变化的基础上, 对有机污染物在复合衬层中的一维扩散问题进行了解析求解。Xie 等^[13]假设有机污染物在土工膜中稳态扩散, 且考虑土质衬层中降解作用的影响, 推求了零浓度和零通量两种下边界条件下的一维运移解析解。但上述研究均是在常扩散系数条件下进行的。众多学者^[14-16]研究表明, 描述污染物迁移模型的扩散系数并不是常数, 而是随时间、空间变化的。采用常扩散系数进行研究, 简化了计算模型, 为求解带来了方便, 却与工程实际存在较大偏差。

Liu 等^[17]假设扩散系数与深度呈线性关系, 研究了线性扩散模型中相关参数对污染物迁移的影响。在复合衬层污染物迁移模型的研究中还没有考虑变扩散系数的研究成果, 本文在上述研究的基础上, 假设有机污染物在土工膜中稳态扩散, 土质衬层中扩散系数为深度的线性函数, 且考虑降解作用的影响, 建立了污染物一维运移模型, 并获得了解析解。基于获得的解析解, 算例分析了相关参数对污染物运移规律的影响。

2 计算模型

假设渗滤液中污染物浓度 C_0 恒定不变, 并假设 z 轴正方向竖直向下, 且 z 轴坐标原点在土工膜与下伏土层的交界面处, 如图 1 所示。

本文模型假设: (1) 有机污染物在复合衬层中的扩散是一维的; (2) 污染物在土工膜中稳态扩散, 扩散系数和分配系数为常数; (3) 污染物在下伏土

层中的扩散系数为深度的线性函数; (4) 考虑下伏土层中生物降解作用的影响; (5) 下伏土层对有机污染物的吸附符合线性吸附关系。



图 1 有机污染物在复合衬层中一维扩散示意图
Fig.1 Sketch of organic contaminants diffusion through composite liners

在上述假设的基础上土工膜中污染物的一维稳态扩散控制方程为

$$D_g \frac{d^2 C_g(z)}{dz^2} = 0, \quad (-L_g \leq z \leq 0) \quad (1)$$

式中: $C_g(z)$ 为土工膜中有机污染物的浓度; D_g 为污染物在土工膜中的扩散系数; L_g 为土工膜的厚度。

下伏土质衬层中考虑生物降解作用的污染物迁移方程为

$$\frac{\partial C_r(z,t)}{\partial t} = \frac{1}{R_d} \frac{\partial}{\partial z} \left[D(z) \frac{\partial C_r(z,t)}{\partial z} \right] - \lambda C_r(z,t) \quad (2)$$

式中: $C_r(z,t)$ 为土质衬层中污染物的浓度; $D(z)$ 为污染物在土质衬层中的扩散系数, 这里假设其为深度的线性函数, 即 $D(z) = D_0(a + bz)$, D_0 为初始扩散系数, b 为非均质性参数; λ 为考虑生物降解作用的衰变系数, 且 $\lambda = \ln 2 / t_{1/2}$, $t_{1/2}$ 为污染物的降解半衰期; R_d 为阻滞因子, 由下式确定:

$$R_d = 1 + \frac{\rho K_d}{n} \quad (3)$$

式中: ρ 为土质衬层的干密度; n 为土质衬层的孔隙率; K_d 表示介质对污染物线性吸附时的分布系数。

假设在初始时刻, 复合衬层没有被污染, 则

$$C_g(z, 0) = 0, \quad (-L_g \leq z \leq 0) \quad (4)$$

$$C_r(z, 0) = 0, \quad (z \geq 0) \quad (5)$$

在上边界, 假设填埋场中有机污染物浓度恒定不变, 且为 C_0 。则上边界条件为

$$C_g(-L_g) = C_0 S_{gf} \quad (6)$$

式中: S_{gf} 为土工膜和渗滤液污染物之间的分配系

数, 为常数。

在土工膜和下伏衬层的交界面, 要保持污染物的浓度连续和通量连续, 在不考虑交界面的阻滞作用时, 通量连续和浓度连续可表示为

$$D_g \frac{dC_g(z)}{dz} \Big|_{z=0} = nD(z) \frac{\partial C_r(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (7)$$

$$\frac{C_g(0)}{S'_{gf}} = C_r(0,t) \Big|_{z=0} \quad (8)$$

式中: S'_{gf} 为有机污染物在土工膜和土质衬层孔隙水之间的分配系数, 一般认为 $S_{gf} = S'_{gf}$ [18]。

在下边界, 即复合衬层的底部, 假设为零浓度边界, 即

$$C_r(z,t) \Big|_{z=L_s} = 0 \quad (9)$$

式中: L_s 为下伏土层的厚度。

3 方程的解

容易求得控制方程 (1) 的解为

$$C_g(z) = P_1 + Q_1 z \quad (10)$$

式中: P_1 、 Q_1 为待求系数。将式 (10) 代入式 (6)、(8), 可得

$$P_1 = C_r(0,t)S'_{gf} \quad (11)$$

$$Q_1 = \frac{C_r(0,t)S'_{gf} - C_0 S'_{gf}}{L_g} \quad (12)$$

引入变换

$$C_r(z,t) = W(z,t)e^{-\lambda t} \quad (13)$$

则控制方程 (2) 变为

$$R_d \frac{\partial W(z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D(z) \frac{\partial W(z,t)}{\partial z} \right] \quad (14)$$

相关的定解条件可表述为

$$t=0: W(z,t)=0 \quad (15)$$

$$z=0: \eta_2 W(z,t) - naD_0 \frac{\partial W}{\partial z} = C_0 \eta_1 e^{\lambda t} \quad (16)$$

$$z=L_s: W(z,t)=0 \quad (17)$$

式中:

$$\eta_1 = \frac{S'_{gf}}{L_g} D_g; \quad \eta_2 = \frac{S'_{gf}}{L_g} D_g \quad (18)$$

由于关于 $W(z,t)$ 问题的上边界条件与时间有

关, 参考文献[19]的解法, 引入如下辅助问题 $\Phi(z,t,\tau)$:

$$\left. \begin{aligned} R_d \frac{\partial \Phi(z,t,\tau)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[D(z) \frac{\partial \Phi(z,t,\tau)}{\partial z} \right] \\ z=0: \eta_2 \Phi(z,t,\tau) - naD_0 \frac{\partial \Phi(z,t,\tau)}{\partial z} &= C_0 \eta_1 e^{\lambda \tau} \\ z=L_s: \Phi(z,t,\tau) &= 0 \\ t=0: \Phi(z,t,\tau) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

根据叠加原理, 可以令 $\Phi(z,t,\tau) = \theta_1(z,\tau) + \theta_2(z,t,\tau)$, 则上述问题可转化为 2 个子问题:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left[D(z) \frac{\partial \theta_1(z,\tau)}{\partial z} \right] &= 0 \\ z=0: \eta_2 \theta_1(z,\tau) - naD_0 \frac{\partial \theta_1(z,\tau)}{\partial z} &= C_0 \eta_1 e^{\lambda \tau} \\ z=L_s: \theta_1(z,\tau) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} R_d \frac{\partial \theta_2(z,t,\tau)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[D(z) \frac{\partial \theta_2(z,t,\tau)}{\partial z} \right] \\ z=0: \eta_2 \theta_2(z,t,\tau) - naD_0 \frac{\partial \theta_2(z,t,\tau)}{\partial z} &= 0 \\ z=L_s: \theta_2(z,t,\tau) &= 0 \\ t=0: \theta_2(z,t,\tau) &= -\theta_1(z,\tau) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

分别求解 $\theta_1(z,\tau)$ 和 $\theta_2(z,t,\tau)$:

$$\theta_1(z,\tau) = C_0 e^{\lambda \tau} u(z) \quad (22)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} u(z) &= \frac{\eta_1}{\Delta} \left[\ln \left(\frac{a}{b} + z \right) - \ln \left(\frac{a}{b} + L_s \right) \right] \\ \Delta &= \eta_2 \left[\ln \left(\frac{a}{b} \right) - \ln \left(\frac{a}{b} + L_s \right) \right] - nbD_0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\theta_2(z,t,\tau) = C_0 e^{\lambda \tau} \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m e^{-\beta_m^2 t} \omega_m(z) \quad (24)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} \omega_m(z) &= A_m J_0 \left(\frac{\beta_m}{\sqrt{\alpha^*}} \sqrt{a+bz} \right) + B_m Y_0 \left(\frac{\beta_m}{\sqrt{\alpha^*}} \sqrt{a+bz} \right) \\ \alpha^* &= \frac{1}{4} \left(\frac{D_0}{R_d} b^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

A_m , B_m , β_m 由边界条件确定, J_0 、 Y_0 分别为 0 阶第一类和 0 阶第二类贝塞尔函数。

$\omega_m(z)$ 满足如下正交关系:

$$\int_0^{L_s} \omega_m(z) \omega_n(z) dz = 0, \quad (m \neq n) \quad (26)$$

根据正交关系式 (26) 和初始条件可得

$$\xi_m = -\frac{\int_0^{L_s} \omega_m(z) u(z) dz}{\int_0^{L_s} \omega_m^2(z) dz} \quad (27)$$

故

$$\Phi(z, t, \tau) = C_0 e^{\lambda \tau} u(z) + C_0 e^{\lambda \tau} \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m e^{-\beta_m^2 t} \omega_m(z) \quad (28)$$

进一步可得

$$\begin{aligned} \Phi(z, t - \tau, \tau) &= C_0 e^{\lambda \tau} u(z) + \\ &C_0 e^{\lambda \tau} \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m e^{-\beta_m^2 (t-\tau)} \omega_m(z) \end{aligned} \quad (29)$$

根据杜哈梅定理:

$$W(z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \Phi(z, t - \tau, \tau) d\tau \quad (30)$$

由式 (29)、(30) 及变换式 (13) 可得

$$C_r(z, t) = C_0 \left[u(z) + \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m \omega_m(z) \frac{\mu_m + e^{-(\lambda + \beta_m^2)t}}{1 + \mu_m} \right] \quad (31)$$

式中: $\mu_m = \frac{\lambda}{\beta_m^2}$ 。

在上述浓度解的基础上, 可求得土质衬层中任一点 z 处的污染物通量 $J_r(z, t)$ 为

$$\begin{aligned} J_r(z, t) &= -nD(z) \frac{\partial C_r(z, t)}{\partial z} = \\ &-nD_0(a+bz)C_0 \left\{ \frac{\eta_1}{\Delta} \frac{1}{(a/b+z)} - \right. \\ &\sum_{m=1}^{\infty} \xi_m \frac{\mu_m + e^{-(\lambda + \beta_m^2)t}}{1 + \mu_m} \frac{\beta_m}{\sqrt{\alpha^*}} \frac{b}{2\sqrt{a+bz}} \cdot \\ &\left. \left[A_m J_1 \left(\frac{\beta_m}{\sqrt{\alpha^*}} \sqrt{a+bz} \right) + B_m Y_1 \left(\frac{\beta_m}{\sqrt{\alpha^*}} \sqrt{a+bz} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

式中: J_1 、 Y_1 分别为一阶第一、二类贝塞尔函数。

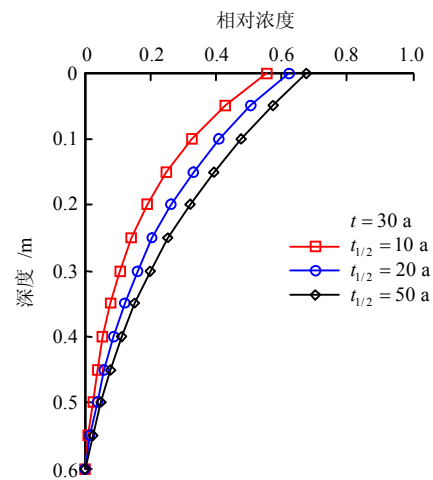
4 算例分析及应用

基于上述解析解, 笔者编写了相应的计算程序。这里选用由 1.5 mm 厚的土工膜及 60 cm 的压实黏土衬层组成的复合衬层作为研究对象, 考虑的填埋场有机污染物为二氯甲烷, 该污染物在衬层中运移的性质参数见表 1。分析时假设填埋场中污染物浓度保持不变, 为 1 mg/L, 即 $C_0 = 1$ mg/L。假设 $a=1$, $b=10$ 。将本文所求模型解与文献[13]的模型进行了

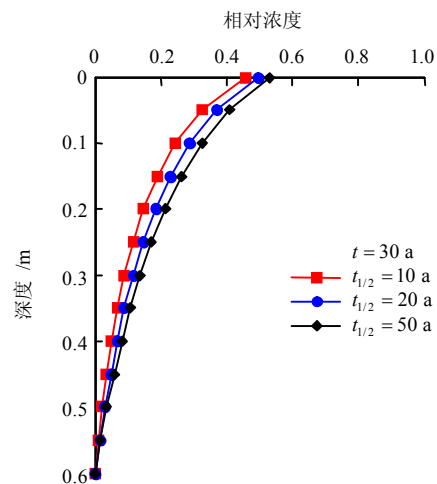
对比, 如图 2 所示。

表 1 污染物在复合衬层中运移的性质指标取值
Table 1 Parameters of composite liners

材料	参数	量值
土工膜	S_{of}	5
	S'_{ef}	5
	$D_g/(m^2/s)$	5×10^{-13}
	L_g/mm	1.5
	$K_d/(mg/L)$	1.5
压实黏土衬层	$D_0/(m^2/s)$	8×10^{-10}
	ρ	1.79
	n	0.32
	L_s/m	0.6



(a) 文献[13]计算结果



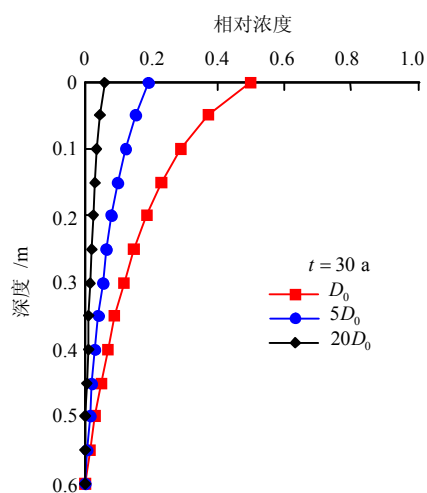
(b) 本文模型

图 2 本文模型与文献[13]的对比
Fig.2 Comparison of presented model with ref. [13]

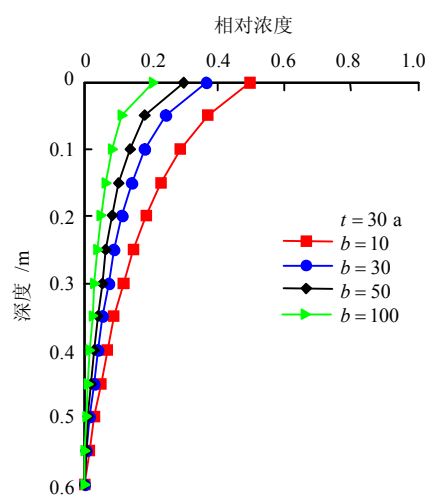
图 2 为 30 年时本文计算模型与文献[13]模型在不同半衰期条件下黏土衬层中污染物浓度随深度的分布曲线。对比发现, 在其他条件相同的情况下,

本文模型计算的结果偏小, 也即污染物浓度相对偏低。此结果与文献[14]所得结论一致, 由此可见, 复合衬层中下方土质衬层的扩散性能对计算结果影响很大。

图3为半衰期为20年时相关参数对污染物运移规律的影响。从图3(a)中可以看出, D_0 对污染物浓度的影响相当大。30年时在 $z=0.1\text{ m}$ 处, 初始扩散系数分别为 D_0 、 $5D_0$ 、 $20D_0$ 时, 该处污染物浓度分别为 0.291 、 0.122 、 0.038 mg/L , 数据相差较大。从图3(b)可以看出, 类似于 D_0 对污染物浓度的影响, b 的影响也较大。在30年时 $z=0.1\text{ m}$ 处, $b=30$ 时该处污染物浓度为 0.184 mg/L , $b=50$ 时此处浓度为 0.136 mg/L , 两者相差不多, 而 $b=100$ 时该处浓度为 0.084 mg/L , 相差2倍多。上述结果表明,



(a) D_0 对污染物浓度的影响关系



(b) 参数 b 对对污染物运移的影响关系

图3 相关参数对污染物运移的影响
Fig.3 Effect of relevant parameters on contaminant transport

在工程实践中, 准确获取相关数据对计算结果至关重要, 能够有效提高预测精度。

图4为不同半衰期条件下 $z=0.1\text{ m}$ 处污染物浓度随时间的变化曲线。从图中可以看出, 降解作用对污染物浓度曲线影响很大。在 $z=0.1\text{ m}$ 处, 半衰期越小, 污染物浓度越低, 也即污染物浓度随降解强度的增强而减小。6年前降解作用的影响并不显著, 但6年之后其影响逐渐增强。6年时半衰期为20年时有机污染物浓度为 0.2 mg/L , 半衰期为50年时污染物浓度此时为 0.211 mg/L , 差距并不明显; 20年时, 半衰期为20年时污染物浓度为 0.285 mg/L , 而半衰期为50年时污染物浓度为 0.316 mg/L , 影响逐渐增大。

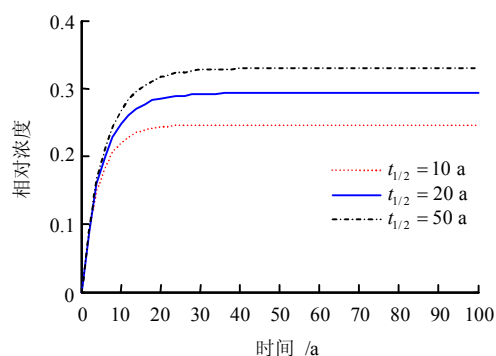


图4 不同半衰期条件下污染物浓度与时间关系
Fig.4 Concentration-time relationships for different half-lives

图5为降解作用对衬层底部污染物通量的影响关系。从图中可以看出, 半衰期对衬层底部污染物通量有很大影响。半衰期为10年时衬层底部污染物通量在16年左右达到其最大值, 大约为 $12.4\text{ mg/(m}^2\text{/a)}$, 而半衰期为50年时底部通量在20年左右达到最大值, 约为 $20.1\text{ mg/(m}^2\text{/a)}$ 。以上结果表明, 降解作用

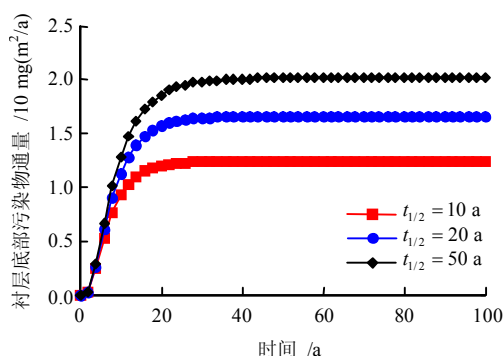


图5 衬层底部污染物通量影响
Fig.5 Effect of degradation on solute flux at bottom of composite liners

对污染物迁移存在显著影响, 在研究有机污染物的迁移时不能忽略降解作用的影响。

5 结 语

本文建立了复合衬层中污染物一维运移模型, 假设土质衬层中污染物扩散系数为深度的线性函数, 且考虑下伏衬层中降解作用的影响, 并假定污染物在土工膜中稳态扩散, 针对零浓度的下边界条件推求了模型的解析解。将本文模型与经典的常扩散系数模型进行了对比, 说明了本文模型的合理性。基于获得的解析解, 算例分析了相关参数的敏感性。结果表明, 扩散系数对计算结果存在很大影响, 因此, 在工程实践中, 准确获取相关参数对填埋场早期设计的预测至关重要。另外, 降解作用也是控制污染物运移的重要机制, 在分析有机污染物的迁移规律时需要考虑降解作用的影响。

参 考 文 献

- [1] 陈云敏, 谢海建, 柯瀚, 等. 挥发性有机化合物在复合衬层中的一维扩散解[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(9): 1076—1080.
CHEN Yun-min, XIE Hai-jian, KE Han, et al. Analytical solution of one-dimensional diffusion of volatile organic compounds (VOCs) through composite liners[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, 28(9): 1076—1080.
- [2] 谢海建, 唐晓武, 陈云敏, 等. 原始土层影响下成层介质污染物一维扩散模型[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(12): 2191—2195.
XIE Hai-jian, TANG Xiao-wu, CHEN Yun-min, et al. One-dimensional model for contaminant diffusion through layered media[J]. *Journal of Zhejiang University(Engineering Science)*, 2006, 40(12): 2191—2195.
- [3] CHEN Y M, GAO D, ZHU B, et al. Seismic stability and permanent displacement of landfill along liners[J]. *Science China Technological Sciences*, 2008, 51(4): 407—423.
- [4] XIE H J, CHEN Y M, LOU Z H. An analytical solution to contaminant transport through composite liners with geomembrane defects[J]. *Science China Technological Sciences*, 2010, 53(5): 1424—1433.
- [5] 谢海建, 柯瀚, 陈云敏. 浓度变化时复合衬层中有机污染物的扩散分析[J]. 环境科学学报, 2006, 26(6): 930—935.
XIE Hai-jian, KE Han, CHEN Yun-min. Analysis of one-dimensional organic contaminants diffusion through composite liner under time-dependent concentration conditions[J]. *Acta Scientiae Circumstantiae*, 2006, 26(6): 930—935.
- [6] OTHMAN M A, BONAPARTE R, GROSS B A. Preliminary results of composite liner field performance study[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 1997, 15(4): 289—312.
- [7] PARK J K, SAKTI J P, HOOPES J A. Transport of organic compounds in thermoplastic geomembranes. I. Mathematical model[J]. *Journal of Environmental Engineering*, 1996, 122(9): 800—806.
- [8] FOOSE G J, BENSON C H, EDIL T B. Comparison of solute transport in three composite liners[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, 128(5): 1—13.
- [9] KALBE U, MULLER W, BERGER W, et al. Transport of organic contaminants within composite liner systems[J]. *Applied Clay Science*, 2002, 21(1): 67—76.
- [10] EI-ZEIN A. A general approach to the modeling of contaminant transport through composite liners with intact or leak geomembranes[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geo mechanics*, 2008, 32(3): 265—287.
- [11] FOOSE G J, BENSON C H, EDIL T B. Analytical equations for predicting concentration and mass flux from composite liners[J]. *Geosynthetics International*, 2001, 8(6): 551—575.
- [12] FOOSE G J. Transit-time design for diffusion through composite liners[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, 128(7): 590—601.
- [13] XIE H J, LOU Z H, CHEN Y M, et al. An analytical solution to organic contaminant diffusion through composite liners considering the effect of degradation[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2013, 36: 10—18.
- [14] PEREZ GUERRERO J S, SKAGGS T H. Analytical solution for one-dimensional advection-dispersion transport equation with distance-dependent coefficients[J]. *Journal of Hydrology*, 2010, 390(1-2): 57—65.
- [15] GAO G Y, FU B J, ZHAN H B, et al. Contaminant transport in soil with depth-dependent reaction coefficients and time-dependent boundary conditions[J]. *Water Research*, 2013, 47(7): 2507—2522.
- [16] YOU K H, ZHAN H B. New solutions for solute transport in a finite column with distance-dependent dispersivities and time-dependent solute sources[J]. *Journal of Hydrology*, 2013, 487: 87—97.
- [17] LIU G, SI B C. Analytical modeling of one-dimensional diffusion in layered systems with position-dependent diffusion coefficients[J]. *Advances in Water Resources*, 2008, 31(2): 251—268.
- [18] ROWE R K. Advances and remaining challenges for geosynthetics in geoenvironmental engineering applications[J]. *Soils and Rocks*, 2007, 30(1): 3—30.
- [19] 张文杰, 黄依艺, 张改革. 填埋场污染物在有限厚度土层中一维对流-扩散-吸附解析解[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(7): 1197—1201.
ZHANG Wen-jie, HUANG Yi-yi, ZHANG Gai-ge. Analytical solution for 1D advection-diffusion-adsorption transport of landfill contaminants through a soil layer with finite thickness[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, 35(7): 1197—1201.